É possível matematizar a Política?

Investigações e Resultados em Economia Política

Luciano I. de Castro

Centro de Formação, Treinamento e Aperfeiçoamento (CEFOR)
Câmara dos Deputados

Aula Inaugural
22 de fevereiro de 2021

Roteiro

Roteiro

Apresentação pessoal

- Desde 2005, professor em departamentos de economia na Europa e EUA
- Área de pesquisa: teoria de leilões, desenho de mercado, especialmente eletricidade, teoria econômica, economia política
- Representante no Brasil do projeto GrEnFin (Green Energy and Finance)—mais informações em grenfin.eu

É possível matematizar a Política?

- A matemática pode alcançar um campo tão "*humano, demasiado humano*"?

É possível matematizar a Política?

- A matemática pode alcançar um campo tão "*humano, demasiado humano*"?

Sim, parcialmente

É possível matematizar a Política?

- A matemática pode alcançar um campo tão "*humano, demasiado humano*"?

Sim, parcialmente

Naturalmente isso toca a questão dos limites da própria matemática

- Limite *atual*: definido por nosso conhecimento matemático corrente

É possível matematizar a Política?

- A matemática pode alcançar um campo tão "*humano, demasiado humano*"?

Sim, parcialmente

Naturalmente isso toca a questão dos limites da própria matemática

- Limite *atual*: definido por nosso conhecimento matemático corrente
- Limite *absoluto*: há questões/problemas/fenômenos que estão *fora do alcance* da matemática?

É possível matematizar a Política?

- A matemática pode alcançar um campo tão "*humano, demasiado humano*"?

Sim, parcialmente

Naturalmente isso toca a questão dos limites da própria matemática

- Limite *atual*: definido por nosso conhecimento matemático corrente
- Limite *absoluto*: há questões/problemas/fenômenos que estão *fora do alcance* da matemática?
  - Questão relacionada: existe algum limite que robôs e computadores não chegarão jamais a ultrapassar?

É possível matematizar a Política?

- A matemática pode alcançar um campo tão "*humano, demasiado humano*"?

Sim, parcialmente

Naturalmente isso toca a questão dos limites da própria matemática

- Limite *atual*: definido por nosso conhecimento matemático corrente
- Limite *absoluto*: há questões/problemas/fenômenos que estão *fora do alcance* da matemática?
  - Questão relacionada: existe algum limite que robôs e computadores não chegarão jamais a ultrapassar?
  - Kurt Gödel e o limite da Aritmética
  - O Teorema de Conway-Kochen sobre o Livre-arbítrio

É desejável ou útil matematizar a Política?

- Em que pode ser útil o modelamento matemático?
    - Por que a matemática é tão útil para as ciências?

É desejável ou útil matematizar a Política?

- Em que pode ser útil o modelamento matemático?
  - Por que a matemática é tão útil para as ciências?

A matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o universo.

(Galileo Galilei)

- Pode-se observar exemplos do uso da Matemática em ciências e ver sua utilidade
- Nesta apresentação, vou examinar alguns (poucos) exemplos de como o modelamento matemático pode auxiliar a compreensão de questões políticas

Roteiro

Roteiro

O problema de agregar preferências

- Suponha que você foi eleito deputado federal com votos de basicamente três cidades de seu estado
- Você quer ser um representante "exemplar", sendo transparente e imparcial na sua representação
- A Câmara de Deputados vai selecionar alguns projetos entre vários para inclusão no orçamento do ano seguinte
- Nas negociações com os outros deputados, é importante você ter clara uma ordem de preferências entre os projetos

Como "agregar" as preferências de seus representados?

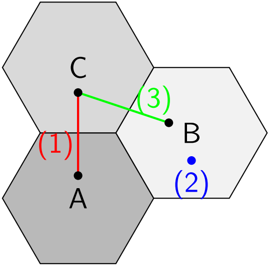
- Suponha que há 3 projetos importantes para essas cidades:
  - Projeto (1): estrada ligando cidades A e C
  - Projeto (2): hospital na cidade B
  - Projeto (3): estrada ligando cidades B e C

Como "agregar" as preferências de seus representados?

- Suponha que há 3 projetos importantes para essas cidades:
  - Projeto (1): estrada ligando cidades A e C
  - Projeto (2): hospital na cidade B
  - Projeto (3): estrada ligando cidades B e C
- Suponha que abreviamos "a cidade A prefere o projeto x ao projeto y" ou "a cidade A prefere x a y" por $x \succ_A y$

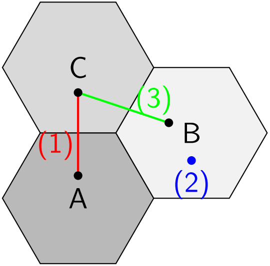
Como "agregar" as preferências de seus representados?

- Suponha que há 3 projetos importantes para essas cidades:
  - Projeto (1): estrada ligando cidades A e C
  - Projeto (2): hospital na cidade B
  - Projeto (3): estrada ligando cidades B e C
- Suponha que abreviamos "a cidade A prefere o projeto x ao projeto y" ou "a cidade A prefere x a y" por $x \succ_A y$



Como "agregar" as preferências de seus representados?

- Suponha que há 3 projetos importantes para essas cidades:
  - Projeto (1): estrada ligando cidades A e C
  - Projeto (2): hospital na cidade B
  - Projeto (3): estrada ligando cidades B e C
- Suponha que abreviamos "a cidade A prefere o projeto x ao projeto y" ou "a cidade A prefere x a y" por $x \succ_A y$



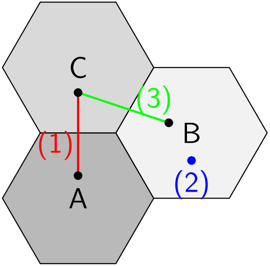
$$(1) \succ_A (2) \succ_A (3)$$

$$(2) \succ_B (3) \succ_B (1)$$

$$(3) \succ_C (1) \succ_C (2)$$

Como “agregar” as preferências de seus representados?

- Suponha que há 3 projetos importantes para essas cidades:
  - Projeto (1): estrada ligando cidades A e C
  - Projeto (2): hospital na cidade B
  - Projeto (3): estrada ligando cidades B e C
- Suponha que abreviamos “a cidade A prefere o projeto x ao projeto y” ou “a cidade A prefere x a y” por $x \succ_A y$



$(1) \succ_A (2) \succ_A (3)$

$(2) \succ_B (3) \succ_B (1)$

$(3) \succ_C (1) \succ_C (2)$

Qual é a ordem de “prioridade” (preferência) que o deputado deve adotar entre os projetos? Por exemplo, $(2) \succ (1) \succ (3)$? Ou o quê?

O método de Condorcet

Preferências das cidades:

$(1) \succ_A (2) \succ_A (3)$; $(2) \succ_B (3) \succ_B (1)$; $(3) \succ_C (1) \succ_C (2)$

- Suponha que o deputado ordene a preferência entre os projetos dois a dois por "voto simples" entre as cidades
  - $(1) \succ (2)$ porque A e C preferem (1) a (2)
  - $(2) \succ (3)$ porque A e B preferem (2) a (3)
  - $(3) \succ (1)$ porque B e C preferem (1) a (2)

O método de Condorcet

Preferências das cidades:

$(1) \succ_A (2) \succ_A (3)$; $(2) \succ_B (3) \succ_B (1)$; $(3) \succ_C (1) \succ_C (2)$

- Suponha que o deputado ordene a preferência entre os projetos dois a dois por "voto simples" entre as cidades
  - $(1) \succ (2)$ porque A e C preferem (1) a (2)
  - $(2) \succ (3)$ porque A e B preferem (2) a (3)
  - $(3) \succ (1)$ porque B e C preferem (1) a (2)
- Então $(1) \succ (2) \succ (3) \succ (1)$!

O método de Condorcet

Preferências das cidades:

$(1) \succ_A (2) \succ_A (3)$; $(2) \succ_B (3) \succ_B (1)$; $(3) \succ_C (1) \succ_C (2)$

- Suponha que o deputado ordene a preferência entre os projetos dois a dois por "voto simples" entre as cidades
  - $(1) \succ (2)$ porque A e C preferem (1) a (2)
  - $(2) \succ (3)$ porque A e B preferem (2) a (3)
  - $(3) \succ (1)$ porque B e C preferem (1) a (2)
- Então $(1) \succ (2) \succ (3) \succ (1)$!
- Ou então: $(2) \succ (3) \succ (1) \succ (2)$
- Ou ainda: $(3) \succ (1) \succ (2) \succ (3)$

O método de Condorcet

Preferências das cidades:

$(1) \succ_A (2) \succ_A (3)$; $(2) \succ_B (3) \succ_B (1)$; $(3) \succ_C (1) \succ_C (2)$

- Suponha que o deputado ordene a preferência entre os projetos dois a dois por "voto simples" entre as cidades
  - $(1) \succ (2)$ porque A e C preferem (1) a (2)
  - $(2) \succ (3)$ porque A e B preferem (2) a (3)
  - $(3) \succ (1)$ porque B e C preferem (1) a (2)
- Então $(1) \succ (2) \succ (3) \succ (1)$!
- Ou então: $(2) \succ (3) \succ (1) \succ (2)$
- Ou ainda: $(3) \succ (1) \succ (2) \succ (3)$
- Bom, se o "voto simples par a par"(*) não funciona, será que nosso valoroso deputado poderia pensar em outro procedimento melhor?

(*) Na verdade, esse método é conhecido como método de Condorcet, por ser atribuído ao Marquês de Condorcet, apesar de existir antes dele.

Outros procedimentos de agregação: o método de Borda

Método de Borda

- O método de Borda (popularizado por Jean-Charles de Borda em 1781) atribui 0 à pior alternativa de um indivíduo, 1 à segunda pior, e assim por diante. Depois, soma os pontos de cada alternativa.

  Preferências das cidades:
  $(1) \succ_A (2) \succ_A (3) \quad ; \quad (2) \succ_B (3) \succ_B (1) \quad ; \quad (3) \succ_C (1) \succ_C (2)$

- No exemplo:
  - Cidade A: $(3) \rightarrow 0$; $(2) \rightarrow 1$; $(1) \rightarrow 2$;
  - Cidade B: $(1) \rightarrow 0$; $(3) \rightarrow 1$; $(2) \rightarrow 2$;
  - Cidade C: $(2) \rightarrow 0$; $(1) \rightarrow 1$; $(3) \rightarrow 2$;
  - Resultado: $(1) \rightarrow 3$; $(2) \rightarrow 3$; $(3) \rightarrow 3$;
- Ou seja, pelo método de Borda, todas as alternativas são igualmente boas (o deputado seria *indiferente* às mesmas)

Outros métodos de agregação

- *Método de Pluralidade*: x é preferido a y se o número de indivíduos que preferem x a y é maior que o número de indivíduos que preferem y a x
- *Método de Hare*, proposto por Thomas Hare em 1861
  - Primeiro elimina a alternativa que aparece no topo (a melhor) para o menor número de "eleitores"
  - Após essa eliminação, elimina novamente a alternativa que aparece no topo para o menor número de "eleitores"
  - O escolhido é o que sobra
- *Método de votação sequencial com uma agenda fixa*
  - Primeiro é fixada uma *agenda* de votação, ordenando as alterativas. (Por exemplo: (1) $\rightarrow$ (2) $\rightarrow$ (3))
  - Faz-se rodada de votação simples entre os dois primeiros da agenda
  - O vencedor vai para a segunda rodada contra o terceiro da lista, e assim por diante
  - Quem ganhar a última rodada é o escolhido
  - Difere do método de Condorcet por causa da *agenda*

Definição (incompleta) de método de agregação e procedimento de escolha social

Consideremos o problema de "agregar" preferências de indivíduos $I = \{1, ..., n\}$ entre um conjunto de alternativas $A = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$

- As preferências dos indivíduos são objetos matemáticos chamados ordens, com algumas propriedades (por exemplo, completude e transitividade)
- Seja $\mathcal{R}$ o conjunto das "ordens" sobre A
- Um *método de agregação* é uma função $f : \mathcal{R} \times \mathcal{R} \times \cdots \times \mathcal{R} \to \mathcal{R}$
- Um *procedimento de escolha social* é uma função $f : \mathcal{R} \times \mathcal{R} \times \cdots \times \mathcal{R} \times \mathcal{A} \to \mathcal{A}$, onde $\mathcal{A}$ é o conjunto dos subconjuntos de A

Propriedades desejáveis de uma escolha social

- *Sempre escolhe*: o procedimento sempre seleciona uma alternativa
- *Critério de Condorcet*: se o método de Condorcet produzir uma única escolha (vencedor de Condorcet), então o procedimento o escolhe
- *Condição de Pareto*: Se todos preferem x a y, então y não é escolhido
- *Monotonicidade*: Se x é a escolha social e alguns indivíduos mudam sua preferência para preferir x, então x não pode deixar de ser a escolha social
- *Independência das Alternativas Irrelevantes*: se a escolha social inclui x mas não y e se alguns dos indivíduos muda suas preferências sobre outra alternativa z, sem mudar suas preferências em relação a x or y, então a escolha social não pode mudar de forma a incluir y

Resultados de Impossibilidade

Teorema (Teorema de Impossibilidade de Arrow)

Se um *método de agregação* para 3 ou mais alternativas satisfaz a independência das alternativas irrelevantes e o critério de Pareto, então existe um indivíduo (ditador) que determina sozinho as escolhas da sociedade.

Resultados de Impossibilidade

Teorema (Teorema de Impossibilidade de Arrow)

Se um *método de agregação* para 3 ou mais alternativas satisfaz a independência das alternativas irrelevantes e o critério de Pareto, então existe um indivíduo (ditador) que determina sozinho as escolhas da sociedade.

Teorema (Taylor)

Não há *procedimento de escolha social* para 3 ou mais alternativas que satisfaça o critério de Condorcet, a independência das alternativas irrelevantes e sempre escolhe alternativa.

Se há apenas 2 alternativas...

- O *método da maioria simples* seleciona a alternativa que tiver mais do que a metade dos "votos"

Teorema (Teorema de May)

Se o número de pessoas for ímpar e cada eleição produz um único vencedor, então o método da maioria simples é a única função social para duas alternativas que satisfaz as seguintes condições:

- trata todos os indivíduos da mesma forma: se dois eleitores trocam de cédula de votação, o resultado não muda;
- trata todas as alternativas da mesma forma: se todos os eleitores trocam seus votos (de a para b e de b para a), então a escolha social também troca
- É monótona.

Discussão

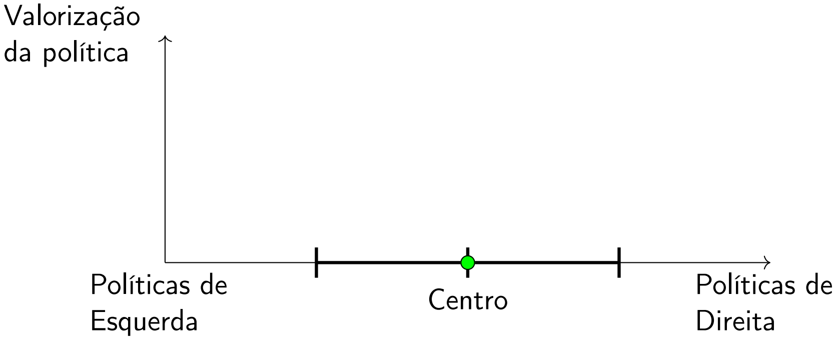
Esses resultados colocam em questão algo fundamental:

Existe mesmo A *vontade popular*?

- Quais as consequências para as escolhas sociais?
- Como fica a Análise de Custo Benefício?
  - Quais as melhores escolhas para lidar, por exemplo, com a pandemia do Covid?
  - Como são impactados os diferentes membros da sociedade?

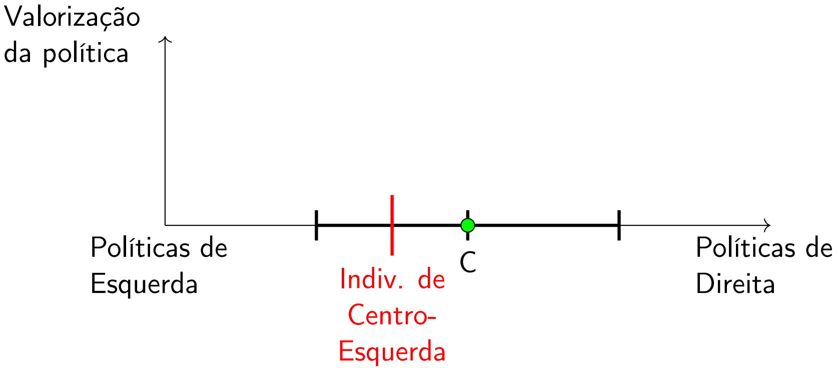
Preferências com pico único

Há casos em que é natural que os indivíduos ordenem suas preferências entre as alternativas de uma forma particular (com um único pico)



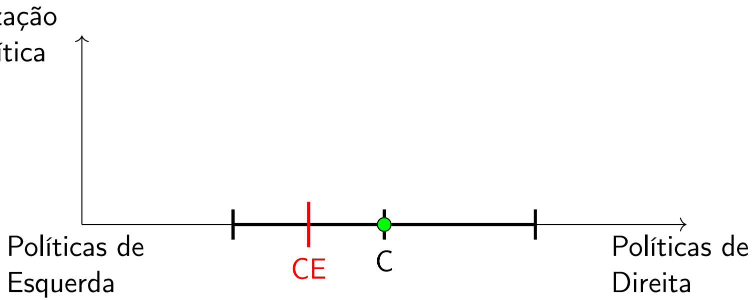
Preferências com pico único

Há casos em que é natural que os indivíduos ordenem suas preferências entre as alternativas de uma forma particular (com um único pico)



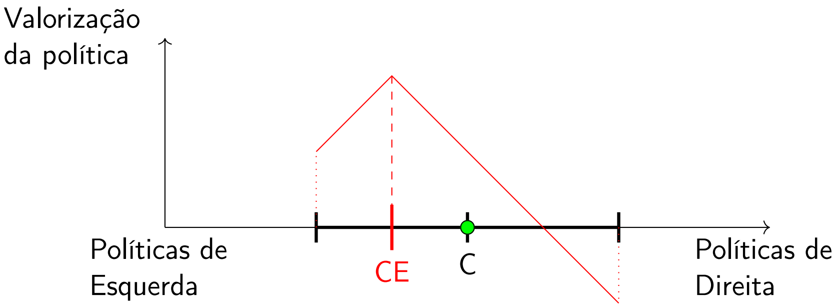
Preferências com pico único

Há casos em que é natural que os indivíduos ordenem suas preferências entre as alternativas de uma forma particular (com um único pico)



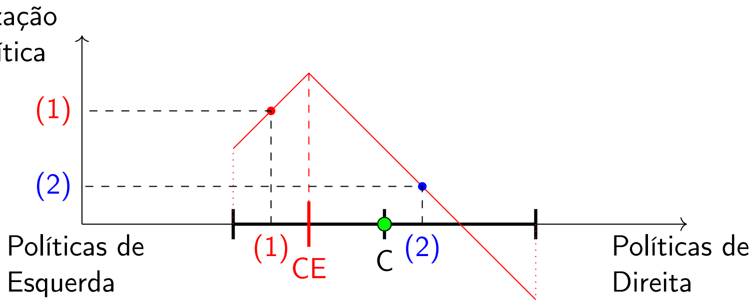
Preferências com pico único

Há casos em que é natural que os indivíduos ordenem suas preferências entre as alternativas de uma forma particular (com um único pico)



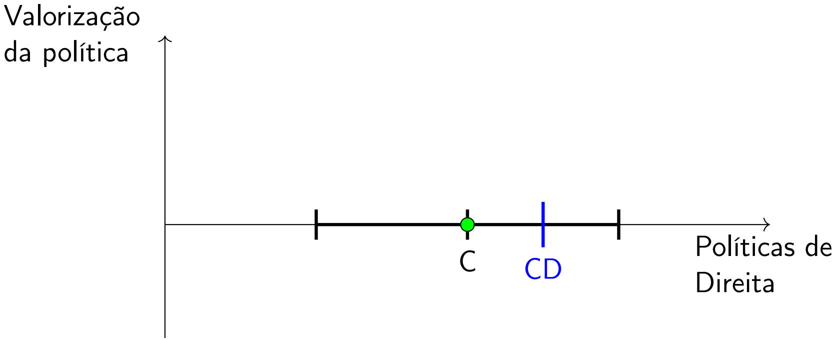
Preferências com pico único

Há casos em que é natural que os indivíduos ordenem suas preferências entre as alternativas de uma forma particular (com um único pico)



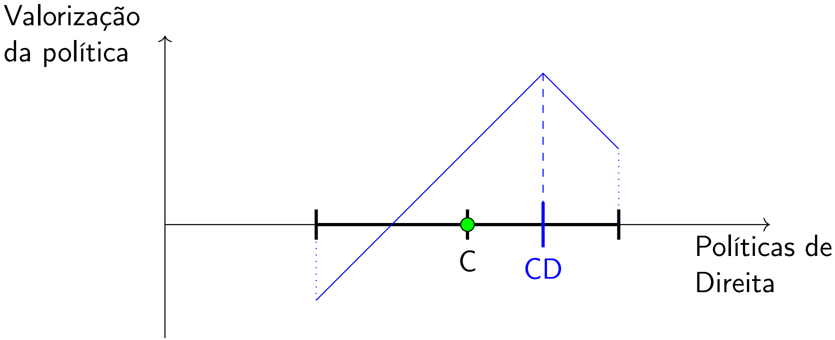
Preferências com pico único

Há casos em que é natural que os indivíduos ordenem suas preferências entre as alternativas de uma forma particular (com um único pico)



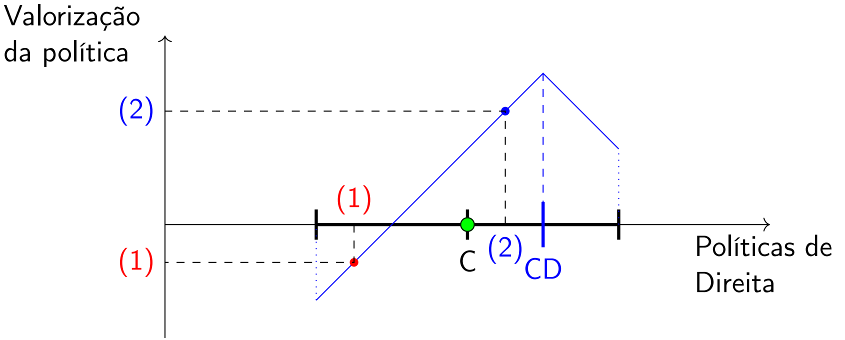
Preferências com pico único

Há casos em que é natural que os indivíduos ordenem suas preferências entre as alternativas de uma forma particular (com um único pico)



Preferências com pico único

Há casos em que é natural que os indivíduos ordenem suas preferências entre as alternativas de uma forma particular (com um único pico)



Roteiro

Possibilidade de manipulação

- Uma forma de entender os resultados negativos sobre os métodos de agregação é o seguinte:
  - Se a regra influencia o resultado, posso "votar estrategicamente"
  - Isto é, ao invés de votar na minha verdadeira preferência, eu voto para tentar influenciar o resultado final
  - Exemplo: prefiro um determinado candidato no primeiro turno, mas ele "não tem chances" de chegar ao segundo turno

Possibilidade de manipulação

- Uma forma de entender os resultados negativos sobre os métodos de agregação é o seguinte:
  - Se a regra influencia o resultado, posso "votar estrategicamente"
  - Isto é, ao invés de votar na minha verdadeira preferência, eu voto para tentar influenciar o resultado final
  - Exemplo: prefiro um determinado candidato no primeiro turno, mas ele "não tem chances" de chegar ao segundo turno
  - Meu candidato preferido em segundo lugar está ameaçado de não chegar no segundo turno

Possibilidade de manipulação

- Uma forma de entender os resultados negativos sobre os métodos de agregação é o seguinte:
  - Se a regra influencia o resultado, posso "votar estrategicamente"
  - Isto é, ao invés de votar na minha verdadeira preferência, eu voto para tentar influenciar o resultado final
  - Exemplo: prefiro um determinado candidato no primeiro turno, mas ele "não tem chances" de chegar ao segundo turno
  - Meu candidato preferido em segundo lugar está ameaçado de não chegar no segundo turno
  - Mudo meu voto/declaração de apoio no primeiro turno, para garantir que meu segundo candidato vá para o segundo turno

Possibilidade de manipulação

- Uma forma de entender os resultados negativos sobre os métodos de agregação é o seguinte:
  - Se a regra influencia o resultado, posso "votar estrategicamente"
  - Isto é, ao invés de votar na minha verdadeira preferência, eu voto para tentar influenciar o resultado final
  - Exemplo: prefiro um determinado candidato no primeiro turno, mas ele "não tem chances" de chegar ao segundo turno
  - Meu candidato preferido em segundo lugar está ameaçado de não chegar no segundo turno
  - Mudo meu voto/declaração de apoio no primeiro turno, para garantir que meu segundo candidato vá para o segundo turno
- Isso é muito comum — na verdade, é basicamente inevitável

O Teorema de Gibbard-Satterthwaite

- Uma regra de escolha social é **manipulável** se existe um indivíduo e uma ordem (falsa), isto é, diferente da sua verdadeira, tal que se o indivíduo reportar a ordem falsa, ele fica melhor do que reportar a ordem verdadeira.
- Uma regra de escolha social é **à prova de estratégias** se não é manipulável
- Uma regra de escolha social é **ditatorial** se existe um indivíduo que determina sempre o resultado da escolha social

Teorema (Gibbard-Satterthwaite)

Se o conjunto de alternativas contém pelo menos 3 alternativas, então a única regra que é *à prova de estratégias* ou não-manipulável é a ditatorial.

Medidas de Poder

- Na comparação entre diferentes métodos de decisão, é muitas vezes conveniente ter uma medida do poder de cada participante.
- Vamos considerar *sistemas de votação*, onde as decisões são determinados pelas *coalizões* (conjunto de participantes) que apoiam cada alternativa
- O poder de cada participante é medido levando em conta as coalizões que dependem desse participante
- Uma coalizão é *decisiva* se é capaz de impor sua preferência (quando seus membros estão alinhados), mesmo que todos os demais participantes sejam contra
- Um participante é *pivotal* se a retirada dele da coalizão faz com que a coalizão deixe de ser decisiva

O índice de Shapley-Shubik

- Considere diversas possíveis *ordenações* dos participantes: Por exemplo, se há 3 participantes p_1, p_2, p_3, uma ordenação é (p_2, p_3, p_1)
- Da esquerda para a direita vá incluindo membros na coalizão, até que a coalizão seja decisiva
- Veja quem foi o último elemento que teve de ser incluído para que a coalizão se tornasse decisiva e conte um ponto para esse participante
- O índice de Shapley-Shubik é o número de pontos que o participante obteve dividido por todas as coalizões possíveis
- Exemplo: há três partidos: p_1 tem 50 votos; p_2, 49 votos; e p_3, 1 voto

$$\begin{array}{ccc} p_1 & p_2 & p_3 \\ p_1 & p_3 & p_2 \\ p_2 & p_1 & p_3 \\ p_2 & p_3 & p_1 \\ p_3 & p_1 & p_2 \\ p_3 & p_2 & p_1 \end{array}$$

Exemplo concreto: Comunidade Européia

- Em 1958, a Comunidade Européia tinha a seguinte distribuição de votos. Para ser aprovada, uma medida precisava de 12 do total de 17 votos

Country	Votes	Percentage of votes	SSI	Percentage of power
France	4	23.5	14/60	23.3
Germany	4	23.5	14/60	23.3
Italy	4	23.5	14/60	23.3
Belgium	2	11.8	9/60	15.0
Netherlands	2	11.8	9/60	15.0
Luxembourg	1	5.9	0	0

- Em 1973, outros países entraram na Comunidade Européia. Os votos de todos os países que já estavam foi multiplicado por 2,5 com exceção de Luxemburgo, que dobrou. Para ser aprovada, um medida precisava de 41 votos (do total de 58)
- Apesar de ter sido pior tratado, Luxemburgo aumentou seu poder

Índice de Poder de Banzhaf

- Outro índice de poder foi proposto por John F. Banzhaf III, em 1965
- Considere uma votação com 2 alternativas. Para obter o índice de Banzhaf de um participante p, calcule o número de coalizões C que satisfazem as seguintes três condições:
  - p é um membro de C
  - C é uma coalizão decisiva
  - Se p é deletado de C, a coalizão resultante não é mais decisiva
- Divida o número obtido por cada participante pela soma dos números obtidos por todos. Este é o índice de poder de Banzhaf
- Exemplo anterior: p_1 tem 50 votos; p_2, 49 votos; e p_3, 1 voto
  - Coalizões decisivas: $C_1 = \{p_1, p_2, p_3\}$; $C_2 = \{p_1, p_2\}$ e $C_3 = \{p_1, p_3\}$.
  - Números obtidos: para p_1 é 3; para p_2, 1 ; para p_3, 1.
  - Então $IB_1 = \frac{3}{5}$, $IB_2 = \frac{1}{5}$ e $IB_3 = \frac{1}{5}$,

O problema da divisão de vagas na Câmara

- Suponha que você tem de dividir as vagas de deputados entre estados
- Um critério natural é o de dividir "igualmente" entre os eleitores

$$\text{número de acentos na Câmara} \cdot \frac{\text{número de eleitores no Estado}}{\text{número total de eleitores}}$$

- Acontece que a expressão acima não dá um número inteiro na maioria das vezes
- O que fazer?

Método de Hamilton

Defina:

$$\text{quota padrão} \equiv \# \text{ de vagas na Câmara} \cdot \frac{\# \text{ de eleitores no Estado}}{\# \text{ total de eleitores}}$$

- A quota padrão q_E tem uma parte inteira e uma parte fracionária. Por exemplo, se $q_t = 22.45$, a parte inteira é 22 e a parte fracionária é 0.45

Método de Hamilton

Defina:

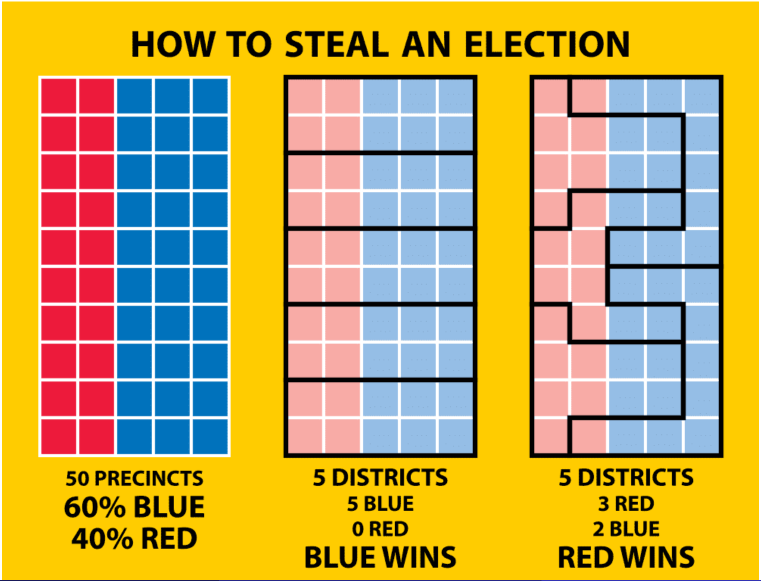
$$\text{quota padrão} \equiv \# \text{ de vagas na Câmara} \cdot \frac{\# \text{ de eleitores no Estado}}{\# \text{ total de eleitores}}$$

- A quota padrão q_E tem uma parte inteira e uma parte fracionária. Por exemplo, se $q_t = 22.45$, a parte inteira é 22 e a parte fracionária é 0.45
- Método de Hamilton:
  - Atribua a todos os estados a parte inteira de cada estado
  - A soma vai ser menor (ou igual) ao # de vagas na Câmara
  - Ordene os estados pela parte fracionária
  - Atribua mais 1 representante para cada estado, na ordem de suas partes fracionárias, até atingir o # total de vagas na Câmara

Um problema relacionado: a divisão de distritos

- Em sistemas com votos distritais, outro problema é a divisão dos distritos
- Em geral, pode-se dividir os distritos de forma estratégica para
- Nos Estados Unidos, isso é um problema sério: *Gerrymandering*
    - O termo se originou com Elbridge Gerry, que como governador de Massachussets, definiu um distrito em Boston com o formato de uma salamandra (salamander). O distrito ficou conhecido com o nome de "gerrymander"

Gerrymandering



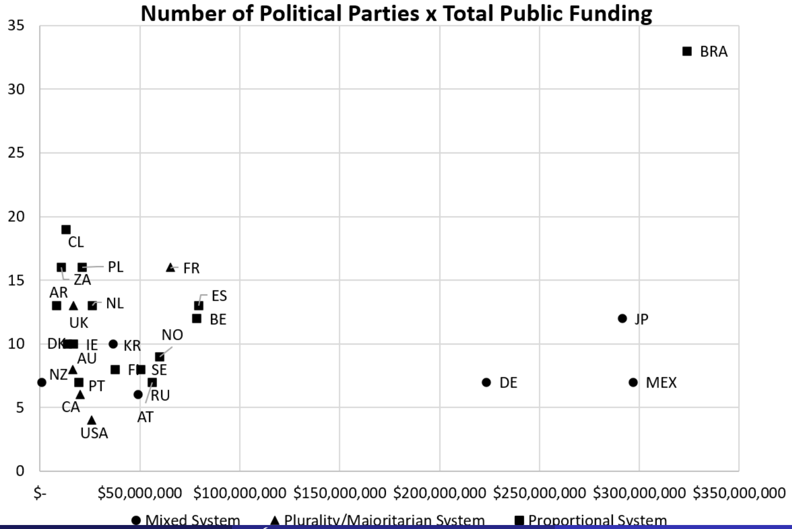
Roteiro

E há, é claro, números...

- Uma aplicação mais familiar a todos é a apresentação de dados
- Tais dados podem ser analisados/ estudados com técnicas de estatística e econometria
- Dados podem compreender:
  - Pesquisas de opinião
  - Número de votos (por partido, candidato, região, etc)
  - Participação de eleitores
  - Bancadas eleitas em cada eleição
  - Gastos em campanha ou em atividade partidária
  - etc., etc., etc...

Gastos públicos com Partidos versus # de Partidos

Fonte: Camara, de Castro, and Oliveira (2021)



Roteiro

Conclusão

- O estudo da política com métodos formais é muito estimulante
  - Por um lado, a beleza da matemática, por outro a solidez das conclusões
- É claro que para obter resultados duradouros, é preciso restringir o universo sobre o que se está falando

Conclusão

- O estudo da política com métodos formais é muito estimulante
  - Por um lado, a beleza da matemática, por outro a solidez das conclusões
- É claro que para obter resultados duradouros, é preciso restringir o universo sobre o que se está falando

Na medida em que as leis da matemática se referem à realidade, elas não são certas, e, na medida em que são certas, elas não se referem à realidade.

(Albert Einstein)

Conclusão

- O estudo da política com métodos formais é muito estimulante
  - Por um lado, a beleza da matemática, por outro a solidez das conclusões
- É claro que para obter resultados duradouros, é preciso restringir o universo sobre o que se está falando

  Na medida em que as leis da matemática se referem à realidade, elas não são certas, e, na medida em que são certas, elas não se referem à realidade.

  (Albert Einstein)
- Mas para quem tem vocação pelos fenômenos humanos, por ciências e por matemática, este é um convite
  - Um convite esperando sua aceitação...

Indicações de Leituras

As referências abaixo estão colocadas na ordem da mais fácil/acessível, para a mais técnica:

- Tsebelis (2011) é um livro atual, escrito para o grande público, com uma abordagem relativamente simples
- Taylor and Pacelli (2008) é um dos melhores livros introdutórios sobre Política e Matemática. Não requer nenhum conhecimento que não esteja ao alcance de um aluno de ensino médio.
- Robinson and Ullman (2016) é um livro um pouco mais formal, com definições e demonstrações mais próximas do formato acadêmico. Cobre bem boa parte dos temas sobre Economia Política.
- Austen-Smith and Banks (1999) e Austen-Smith and Banks (2009) são livros no nível de mestrado/doutorado. O primeiro volume cobre os principais temas de escolha social, enquanto o volume II aborda estratégia, desenho de mecanismo, comitês, barganha legislativa, etc.

Referências Bibliográficas

Austen-Smith, D. and J. S. Banks (1999): *Positive Political Theory I: Collective Preference*, University of Michigan Press.

——— (2009): *Positive political theory II: strategy and structure*, University of Michigan Press.

Camara, O., L. de Castro, and S. Oliveira (2021): "How Different is Brazilian Political System? A Comparative Study," *working paper, in preparation*.

Robinson, E. A. and D. H. Ullman (2016): *The mathematics of politics*, CRC Press.

Taylor, A. D. and A. M. Pacelli (2008): *Mathematics and politics: strategy, voting, power, and proof*, Springer Science & Business Media.

Tsebelis, G. (2011): *Veto players*, Princeton University Press.